ELECTROSTATIQUE

Mr MEBARKI

Plan du cours :

- Introduction
- Charge électrique et loi de Coulomb
- Ordre de grandeur
- Le champ électrique
- Principe de superposition
- Le potentiel électrique
- L'énergie électrique
- Le dipôle électrique
- Les conducteurs électriques
- Les condensateurs

Introduction :

L'électrostatique est la brache d'électricité qui étudie les phénomènes liés à la présence de charges électriques immobiles. Le mot « électricité » vient du mot grec « elektron » qui signifie « ambre / عنبر ». Au temps des grecs, on a observé qu'une tige d'ambre frottée attire des objets légers. Ce phénomène a été baptisé en 1600 par le médecin de la reine d'Angleterre : Électricité. La découverte de la charge électrique a permis à Coulomb d'établir une formule étudiant des phénomènes électriques entre les objets.

Charge électrique et loi de Coulomb :

Le physicien français *Charles Coulomb* a étudié le phénomène d'interaction entre charges électriques, et à travers une expérience de balance de torsion, il a établi sa fameuse loi : « Loi de Coulomb » qui donne la force d'attraction (F) entre deux charges **q** et **q'** séparées par une distance **r** :

$$F = \frac{Kqq'}{r^2}$$

Deux charges de même signe se repoussent ($F > 0$)
Deux charges de signes différents s'attirent ($F < 0$)

K est la constante de Coulomb (C^{ste} électrique), elle dépend du choix du système d'unités

Système **MKSA** (mètre, Kg, secondes, ampère) est le système international des unités (**SI).** En MKSA : $K = 9.10^9$. Avant 1969, on utilisait le système SGS.

Remarque : La force électrique est une grandeur vectorielle

Soit deux charges **q** et **q'** distantes **r**, la force $\vec{F}$ qui s'applique entre **q** et **q'** s'écrit :

$$\vec{F} = \frac{Kqq'}{r^2}\vec{u}$$

(Forme vectorielle de la loi de Coulomb)

$\vec{u}$ est le vecteur unitaire de la droite joignant les deux charges.

Ordre de grandeur :

Force de gravitation en un proton de masse m_p et de charge q_p et un proton de masse m_e et de charge $q_e = e$

$$F = G\frac{m_e m_p}{r^2}$$

Dont : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ Kg ; $m_p = 1836$ me ; $q_p = q_e = 1{,}9.10^{-19}$c ; $r = 5.10^{-11}$m

$F_G = 10^{-47}$ N ; $F_e = 10^{-7}$ N ➔ $F_e >>>>> F_G$

Le champ électrique :

Le champ électrique est la zone d'espace où l'influence d'une charge peut atteindre. Si on place une charge **q** dans un point **A** de l'espace, la zone d'espace pù peut attirer ou reposser d'autres charges s'appelle *le champ électrique de* ***q***. On le modélise mathématiquement par une grandeur vectorielle $\vec{E}$ tel que :

$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\vec{u}$$

Le champ **de q** attire ou repousse une autre charge située à une distance **r** de A. On dit que le champ $\vec{E}$ de **q** a une distance r

$\vec{u}$ est le vecteur unitaire de la droite joignant le point A et le point où on veut calculer l'influence de **q**
Le vecteur $\vec{u}$ est dirigé de A vers le point qu'on veut
q est une valeur algébrique

Si on fait rentrer une autre charge **q'** dans le champs de **q**, les deux charges s'appliquent une force :

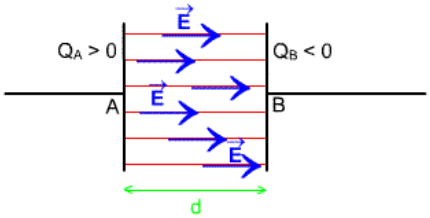
$$\vec{F} = \frac{Kqq'}{r^2}\vec{u} \qquad soit \qquad \vec{F} = q'\vec{E}$$

Si c'est **q** qui rentre dans le champs de **q'** :

$$\vec{F} = \frac{Kqq'}{r^2}\vec{u} \qquad soit \qquad \vec{F} = q\vec{E'}$$

L'unité de $\vec{E}$ est [N.c^{-1}] (Newton par Coulomb)

Remarque : On dit qu'un champ électrique est uniforme lorsqu'il garde la même direction et la même valeur dans le temps, par exemple, dans le condensateur.



Principe de superposition :

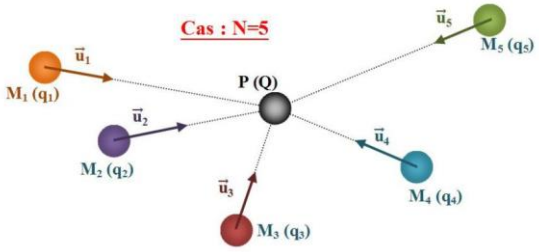
Lorsque on a plusieurs charges dans l'espace, **q1,q2,q3,q4,q5,** le champ total créé par toutes les charges est la **somme vectorielle** des champs de chaque charge.

En M, $\vec{E} = \overrightarrow{E1} + \overrightarrow{E2} + \overrightarrow{E3} + \overrightarrow{E4} + \overrightarrow{E5} = \frac{Kq_1}{r^2}\overrightarrow{u_1} + \frac{Kq_2}{r^2}\overrightarrow{u_2} + \frac{Kq_3}{r^2}\overrightarrow{u_3} + \frac{Kq_4}{r^2}\overrightarrow{u_4} + \frac{Kq_5}{r^2}\overrightarrow{u_5}$

En relation vectorielle :

$$\overrightarrow{E1} = E1_X\vec{\imath} + E1_Y\vec{\jmath} + E1_Z\vec{k}$$

$$\overrightarrow{E2} = E2_X\vec{\imath} + E2_Y\vec{\jmath} + E2_Z\vec{k}$$



$$\vec{E} = \overrightarrow{E1} + \overrightarrow{E2} + \cdots = (E1x + E2x + \cdots)\vec{\imath} + (E1y + E2y + \cdots)\vec{\jmath} + (E1z + E2z + \cdots)\vec{k}$$

Le potentiel électrique :

Le potentiel électrique est le besoin d'un point ou d'une région d'espace d'avoir ou de perdre des charges électriques. On le définit comme le rapport de d'énergie potentielle sur la charge :

$$V = \frac{E_p}{q}$$

Le potentiel électrique est toujours donné par rapport à une référence : le zéro des potentiels.

L'unité des potentiels est le Volte (V)

Le potentiel V créé par une charge « q » à une distance « r » est donné : $V = \frac{Kq}{r}$

Le potentiel est une grandeur Schaller reliée au champ électrique par : $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

Pour votre information : $\overrightarrow{grad}$ est un operateur mathématique qui s'écrit :

$$\overrightarrow{grad}\,V = \frac{dv}{dx}\vec{\imath} + \frac{dv}{dy}\vec{\jmath} + \frac{dv}{dz}\vec{k}$$

$$E = -\overrightarrow{grad}\,V = -\frac{dv}{dx}\vec{\imath} - \frac{dv}{dy}\vec{\jmath} - \frac{dv}{dz}\vec{k}$$

Exemple : Soit une charge q à une seule dimension

$$\vec{E} = -\frac{dv}{dr}\vec{\imath} \rightarrow Si\ V = \frac{Kq}{r} : \vec{E} = -\frac{d}{dr}\left(\frac{Kq}{r}\right) = -Kq(-r^{-2}) \rightarrow \boldsymbol{\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}}$$

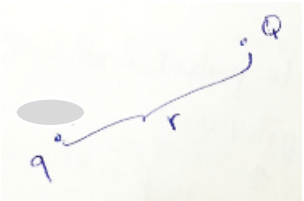
- Quand la charge augmente, le potentiel diminue
- On dit qu'une surface est équipotentielle si le potentiel reste constant lorsqu'on se déplace dedans

L'énergie électrique :

Energie électrique d'une charge :

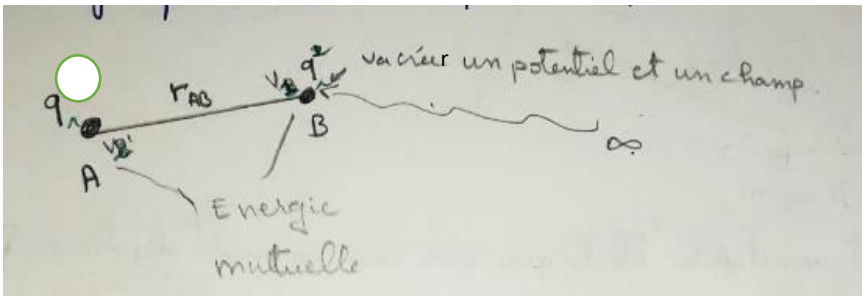
Lorsqu'une charge électrique **q** n'est soumise à aucune influence d'autre charge, son énergie potentielle est nulle.

Lorsqu'elle est soumise au potentiel V d'une autre charge, son énergie potentielle est donné comme suit : $\mathbf{Ep = qV}$; on a $V = \frac{KQ}{r} \rightarrow \boldsymbol{Ep = \frac{KqQ}{r}}$



Energie d'un système de deux charges :

Soit une charge **q1** placée en un point **A**. Pour créer un système électrique à deux charges, on doit ramener une autre charge **q2** de l'infini vers un point **B** proche de A. soit $\mathbf{r_{AB}}$ la distance entre les deux charges.



On forme un système de deux charges (q1,q2), son énergie interne se donne :

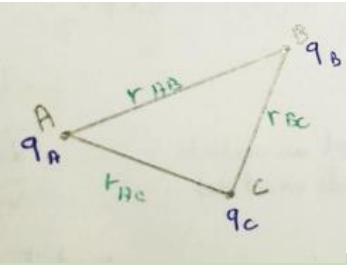
$$\boldsymbol{Ei = \frac{Kq_1q_2}{r_{AB}}}$$

Système à trois charges :

Pour créer un système à trois charges, on ajoute au système précédent une autre charge **q3** ramenée de l'infini

L'énergie interne du système est la somme des énergies mutuelles entre les 3 charges .

$$\boldsymbol{Ei = \frac{Kq_1q_2}{r_{AB}} + \frac{Kq_1q_3}{r_{AC}} + \frac{Kq_2q_3}{r_{BC}}}$$

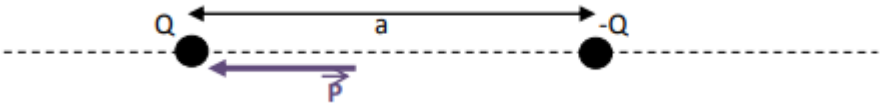


Système à n charges :

$$\boldsymbol{Ei = \sum_{ij} \frac{Kq_iq_j}{r_{ij}}} \quad ; \quad j > i$$

Le dipôle électrique

Le dipôle ($\vec{P}$) est un système électrique composé de deux charges égales et opposées, séparées par une petite distance « A »



On définit un dipôle électrique par son moment dipolaire : $\vec{P} = I.\vec{a}$ et $\vec{P} = q.\vec{a}$

Champ et potentiel créés par un dipôle :

Soit un dipôle ($\vec{P}$) placé en un point **o**. Calculons le potentiel et le champ créés en un point **M** éloigné de **o**.

1) Calcul du potentiel :

$$V(M) = V_1(M) + V_2(M) = \frac{kQ}{r_1} - \frac{kQ}{r_2} = kQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

$$\boldsymbol{V(M) = kQ\left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2}\right)}$$

2) Calcul du champ :

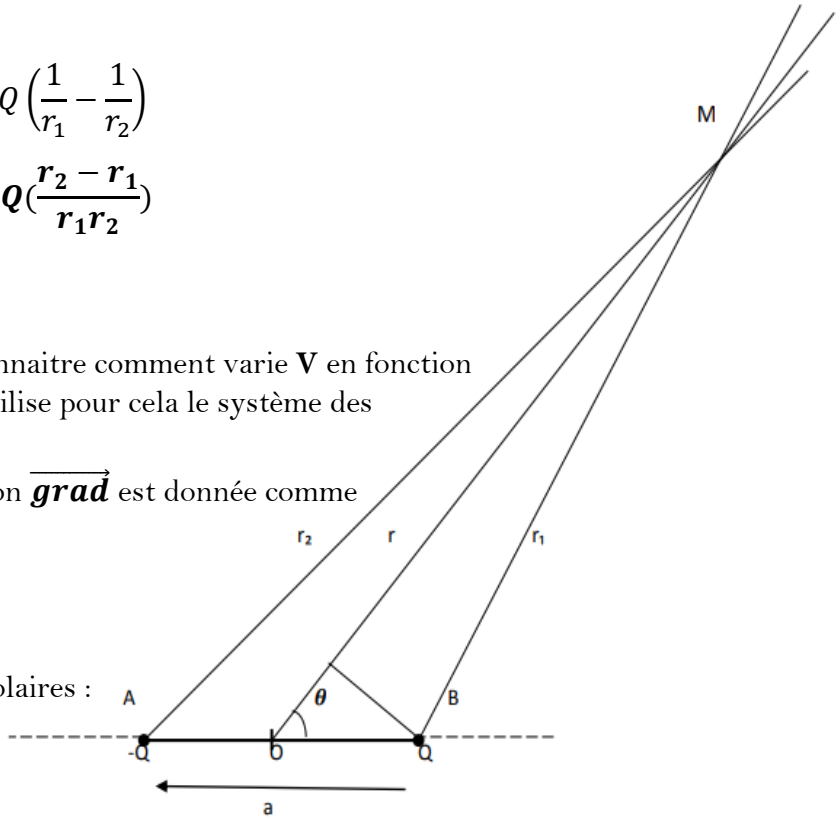
On a : $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$

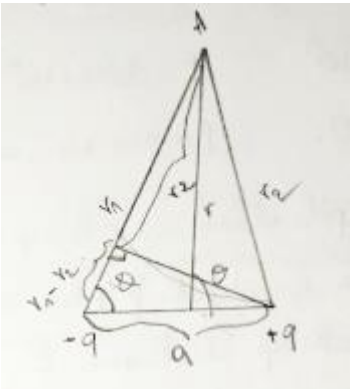
Pour calculer **E**, on doit connaitre comment varie **V** en fonction des coordonnées de l'espace. On utilise pour cela le système des coordonnées polaires (r,θ)

En coordonnées polaires, la fonction $\overrightarrow{grad}$ est donnée comme suit :

$$\overrightarrow{grad}\, V = \frac{dv}{dr}\overrightarrow{Ur} + \frac{dv}{d\theta}\overrightarrow{U\theta}$$

Calculons « V » en coordonnées polaires :





$$cos\varphi = \frac{r_1 - r_2}{a} \qquad donc : \quad r_1 - r_2 = a.cos\varphi$$

a est négligeable devant r1 et r2, donc :

$$r = r_1 = r_2 \qquad r_1 r_2 = r^2 \qquad \varphi = \theta$$

$$\rightarrow \boldsymbol{r_1 - r_2 = a.cos\theta}$$

$$V = kQ\frac{acos\theta}{r^2}$$

Or, on a $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \leftrightarrow E = -\frac{dv}{dr}\overrightarrow{Ur} - \frac{dv}{d\theta}\overrightarrow{U\theta}$

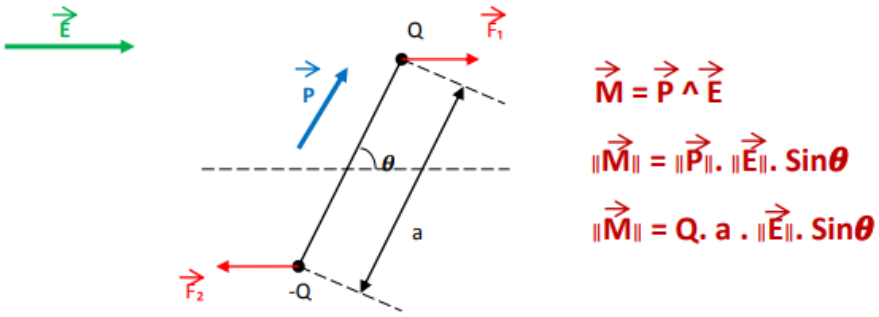
$$\vec{E}\begin{cases} \boldsymbol{Er} = -\dfrac{dv}{dr} = -kQacos\theta * (-2r^{-3}) \\ \boldsymbol{E\theta} = -\dfrac{dv}{d\theta} = -\dfrac{kQa}{r^2} * \dfrac{1}{r} * (-sin\theta) \end{cases}$$

$$\vec{E}\begin{cases} \boldsymbol{Er} = \dfrac{2kQacos\theta}{r^3} \\ \boldsymbol{E\theta} = \dfrac{kQasin\theta}{r^3} \end{cases}$$

$$\vec{E} = \frac{2kQacos\theta}{r^3}\overrightarrow{Ur} + \frac{kQasin\theta}{r^3}\overrightarrow{U\theta}$$

Dipôle dans un champ :

Soit un dipôle ($\vec{P}$) placé dans un champ électrique $\vec{E}$. $\vec{P}$, à ses extrémités, subit un couple de forces qui tend à le faire tourner.



Prouver que $\vec{M} = \vec{P} \wedge \vec{E}$

$\vec{M} = \overrightarrow{M_{\frac{F1}{o}}} + \overrightarrow{M_{\frac{F2}{o}}}$

$\vec{M} = \vec{r_1} \Lambda \vec{F_1} + \vec{r_2} \Lambda \vec{F_2}$

$\vec{M} = \vec{r_1} \Lambda q\vec{E} + \vec{r_2} \Lambda (-q\vec{E})$

On a : $\vec{r_1} = \frac{1}{2}\vec{a}$ et $\vec{r_2} = -\frac{1}{2}\vec{a}$

$\vec{M} = \frac{1}{2}\vec{a} \Lambda q\vec{E} + \frac{1}{2}\vec{a} \Lambda q\vec{E}$

$\vec{M} = \vec{a} \Lambda q\vec{E} = q\vec{a} \Lambda \vec{E} \rightarrow \boldsymbol{\vec{M} = \vec{P} \Lambda \vec{E}}$ C'est exactement ce qui est demandé.

Le dipôle tourne jusqu'à ce que $\vec{M} = 0$, ça veut dire $\boldsymbol{\vec{P} \wedge \vec{E} = 0} \rightarrow P.E.sin(\vec{P}, \vec{E}) = 0$

Ça veut dire l'un de ces deux cas :

1) $(\vec{P}, \vec{E}) = 0$. **On dit que ce dipôle est dans un équilibre stable.**
2) $(\vec{P}, \vec{E}) = \pi$. **On dit que ce dipôle est dans un équilibre instable.**

Energie d'un dipôle placé dans un champ :

$$\boldsymbol{Ei = -\vec{P}.\vec{E} = -P.E.cos(\vec{P}, \vec{E})}$$

Energie négative → instable

Energie positive → stable

Ei est maximale quand $\boldsymbol{cos(\vec{P}, \vec{E}) = -1}$, ça veut dire : $\boldsymbol{(\vec{P}, \vec{E}) = \pi}$ (donc équilibre instable)

Ei est minimale quand $\boldsymbol{cos(\vec{P}, \vec{E}) = 1}$, ça veut dire : $\boldsymbol{(\vec{P}, \vec{E}) = 0}$ (donc équilibre stable)

Les conducteurs électriques

En point de vue électrique, la matière peut être classifiée en quatre groupes :

Les isolants : sont les milieux qui ne permettent aucun mouvement de charges. Exp : air, bois, plastique

Les semi-conducteurs : sont les milieux qui permettent un mouvement difficile de charges. Exp : Germanium, Silicium,…

Les conducteurs : sont les milieux qui permettent le mouvement des charges. Exp : les métaux

Les supraconducteurs : sont les milieux dans lesquels les charges peuvent se déplacer sans perte d'énergie.

On dit qu'un conducteur est en équilibre lorsque ses charges peuvent se déplacer mais elles ne se déplacent pas.

- Dans un conducteur en équilibre : $\vec{E} = 0, \quad V = cste, \quad \sum qi = 0$
- Dans un conducteur creux, la cavité forme un conducteur en équilibre.
- Si on charge un conducteur en équilibre, la charge se répartit à la surface externe de ce dernier
- Au visionnage d'un conducteur charge :

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{u}$$

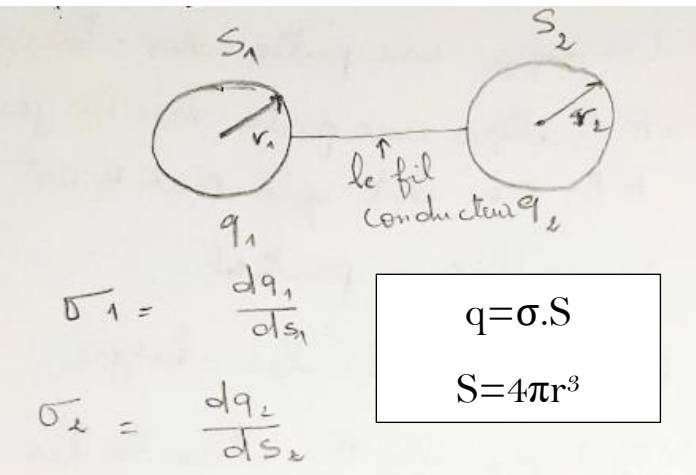
σ est la densité surfacique de charge du conducteur. ε_0 est la permittivité du vide

$$K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 * 10^9$$

Le pouvoir des points :

Soit deux sphères « S1 » et « S2 » de rayons r1 et r2 portant des charges q1 et q2 avec les densités de charge σ1 et σ2.

Les deux sphères sont éloignées et reliées par un fil conducteur.



A l'équilibre :

$$V_1 = V_2 \leftrightarrow \frac{kq_1}{r_1} = \frac{kq_2}{r_2}$$

$$\leftrightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{\sigma_1 S_1}{r_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} * \frac{\sigma_2 S_2}{r_2}$$

$$\rightarrow \frac{\sigma_1 * 4\pi {r_1}^2}{r_1} = \frac{\sigma_2 * 4\pi {r_2}^2}{r_2}$$

$$\rightarrow \boldsymbol{\sigma_1 r_1 = \sigma_2 r_2}$$

Si la sphère S2 tend vers une pointe : r2 →0 ; σ_2→∞

Or le champ E créé près de S2 : $E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$; σ_2→∞ ; E→∞ => Le champ au voisinage d'une pointe chargée est infini.

On utilise ce principe dans la fabrication des paratonnerres *(des conducteurs pointus reliées au sol, installés dans les bâtiments, ils attirent des charges qui peuvent circuler dans l'atmosphère, notamment de décharge des foudres)*

Capacité d'un conducteur :

Soit un conducteur portant une charge **q**, son potentiel est **V**. L'expérience a montré que si on multiplie **q** par une constante α, le potentiel V sera aussi multiplié par α.

$$Q = cte.V \quad : \quad Q' = \alpha Q \rightarrow V' = \alpha V$$

$$Q = C.V$$

C : la capacité d'un conducteur. Unité de la capacité est **le Farad (F)** $\left(Le\ Farad = \frac{Coulomb}{Volt}\right)$

Exemple : Capacité d'un conducteur sphérique

Une sphère conductrice de rayon **r** portant une charge **q** son potentiel V, et :

$$V = \frac{Kq}{r} \rightarrow q = \frac{Vr}{K} \quad ; \quad q = CV \rightarrow C = \frac{r}{K} = 4\pi\varepsilon_0 r$$

Si on considère que la terre est sphérique, son rayon est R=6400km :

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R = \frac{1}{9 * 10^9} * 6400 * 10^3 = 7.11 * 10^{-4} F = 711\ \mu F$$

Energie interne d'un conducteur :

L'énergie interne d'un conducteur est le travail qu'il faut fournir pour le charger

$$Ei = \frac{1}{2} * \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2$$

Les condensateurs

Soit deux conducteurs A et B portant des charges Q_A et Q_B mis de potentiel V_A et V_B, des capacités C_A et C_B. Lorsque A et B sont proches, les charges Q_A et Q_B s'interagissent.

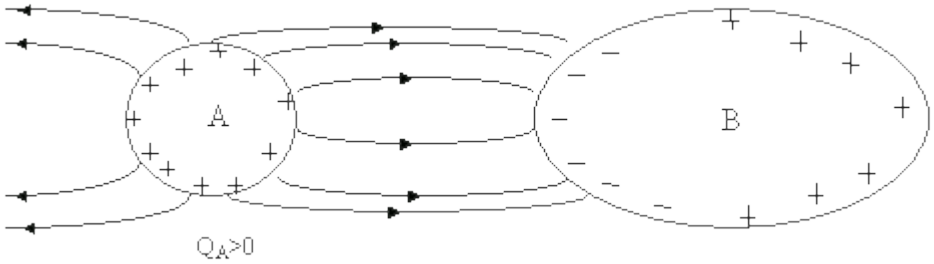


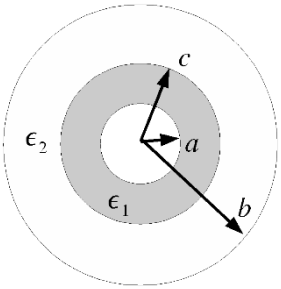
Fig.6

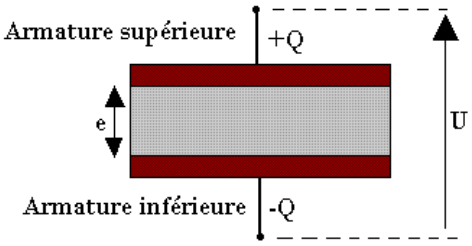
Lorsqu'une partie des charges de A attire une partie des charges de B, on dit que A et B sont en influence partielle.

Lorsque toutes les charges négatives de A attirent toutes les charges positives de B, on dit que A et B sont en influence totale.

A et B forment un condensateur lorsqu'ils sont en influence totale et séparées par un milieu isolent de petite épaisseur

Condensateur sphérique





Le condensateur joue le rôle d'emmagasiner de l'électricité. La capacité d'un condensateur est donnée par : $C = \frac{Q}{V}$; V= V_A-V_B ; Q est la charge positive d'un des deux conducteurs.

Pour un condensateur plan :

$$C = \frac{q}{V} = \frac{\varepsilon_0}{Se}$$

e= épaisseur du milieu isolant

S : surface de l'une des plaques

Pour un condensateur sphérique :

$$C = \frac{4\pi\varepsilon_0 * a * b}{b - a}$$

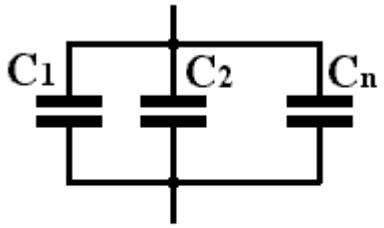
Energie d'un condensateur :

$$Ei = \frac{1}{2} * \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV$$

Lorsqu'on charge un condensateur, on doit veiller à ce que la différence de potentiel entre les deux armatures ne dépasse pas la DdP explosive. Pour ne pas dépasser la DdP explosive, on utilise une association de condensateurs

Association en parallèle :

Soit n condensateur C1,C2,…Cn placés en parallèle dans un circuit. Calculons la capacité équivalente de cette association :

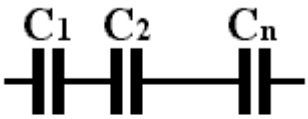


$$C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$$

Q=q1+q2+….qn

$$Ceq = \frac{q}{V} \quad \rightarrow q = Ceq * V$$

Association en série :



$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \ldots + \frac{1}{C_n}$$

Q se déplace dans le circuit par effet d'influence. Si q est positive, lorsqu'elle arrive à la première armature de c1, les charges se repartent et attirent celles de la 2ème armature de c1. Les charges + de cette armature vont se déplacer vers la 1ère armature de C2 et ainsi de suite

L'association en parallèle présente une capacité équivalent plus grande.

Amghidh KIRECHE sur **www.dzmedecine.cf**